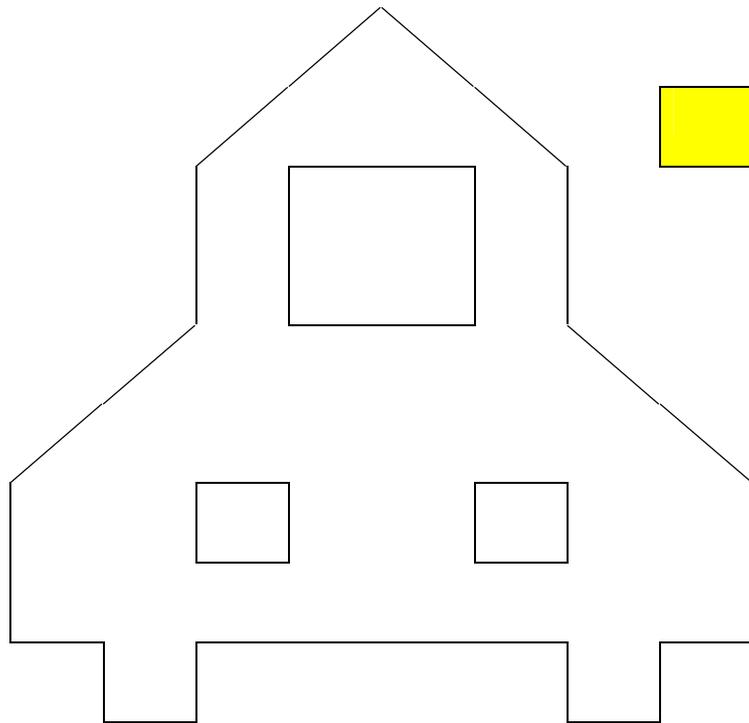


面積☆の探検

宇宙船ケルン号の旅



これは、次のことを目標とした自分勝手な授業書である。

- (1) 『広さ』と『面積』のちがいを明らかにする。
- (2) 四段階指導で面積の単位を導く。
- (3) 等積変形の考え方を学ぶ。
- (4) 新しい乗法（外延量×外延量＝異種の外延量）を学ぶ。

1985年11月 海山町某小学校4年生

1985年11月、我が惑星直列軍団は、新しい惑星を求めていた。あと一歩前進し、さらに高い知識と考え方を身につけるためには、どうしても新しい惑星の探検が必要であった。私たちは、より豊かな生活空間を求めて、宇宙空間へ旅立とうとしていたのである。

我々が属する外延量系には、7つの惑星が存在している。これらの惑星は、とても役に立つ資源を持っている。これまでに、『長星』、『水星』、『重星』、『時星』、『角星』の5つの星が探検された。

今回は、第6の星、『広星（面積星）』の探検である。この星については、まだ何も知られていない。

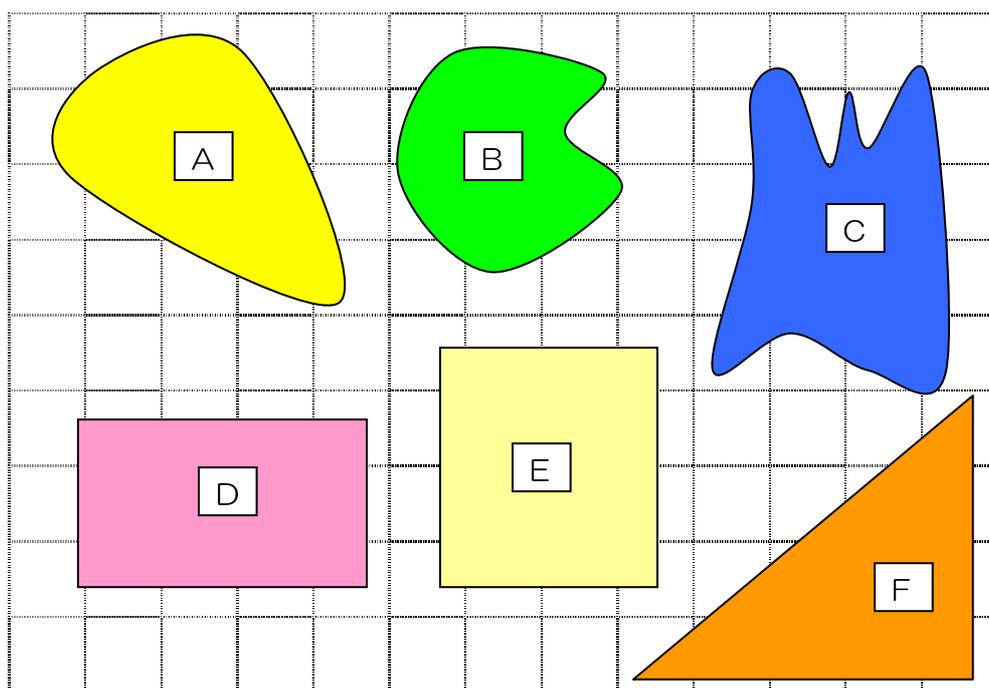
1985年11月、惑星直列軍団は、宇宙船『ケルン号』の乗り込み、外延量系第6惑星『面積星』に向かって出発したのである。

乗組員35人よ、大胆に発想し、緻密に行動して、無事にこの探検を成功させよう。

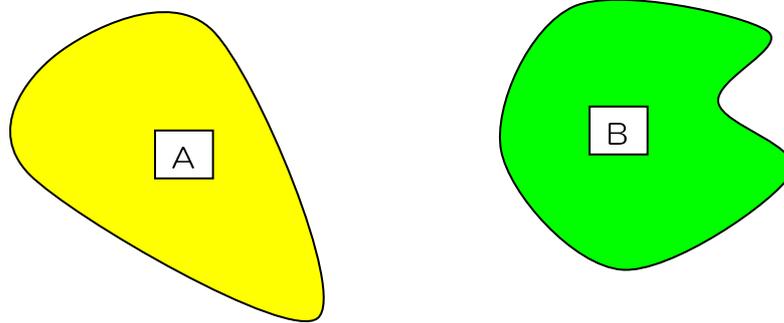
(1) 第1のいん石群、発見！

宇宙にとびだしたケルン号のレーダーに、さまざまないん石が写りました。操縦室では、このいん石の間をどう通りぬけたための会議が始まりました。そして、レーダーに写ったいん石のかげの広さをくらべることで、いん石のすき間を見つけることが出来るということを見つめました。さっそく、いん石を比べ始めました。

【レーダーに写ったそれぞれのいん石のかげ】



①AとB、どちらが広いか。



【あなたの比べ方は・・・？】

- ①周囲に糸を貼り付けて、長さを比べる。
- ②それぞれの図形の上に砂をまき、砂の重さを比べる。
- ③2枚を重ねて、同じ部分を切り取る。残った部分を重ねて切る。
残った部分を何回も重ねていく。
- ④Bの形を細かく切って、Aの上に敷き詰めていく。
- ⑤おはじきを図形にしきつめて、数で比べる。

【くらべた結果は・・・？】

- ①同じ広さを切り取っていくとだんだんちいさい部分が残ってくる。ここでは、正確な比較は必要なくて、部分同士を重ねていけば広いほうが残ることが、わかればよい。
- ②曲線同士を重ねるので2つの図形は、明らかにどちらかが広いものを選ぶのが良い。
- ③互助法へつなげることを意識し、ハンパを意識させる。

【注意事項】

- ①大事なことは、子どもたちの思考の法則性である。AとBと重ねるという発想ができれば、直接比較の考え方をしたことになる。
- ②はんぱ同士を重ねるという発見をして、実際に判断をする証拠を見つける。科学的な根拠に基づいて判断する。
- ③いろいろな考え方を大事にし、比較の道筋を明確にする。

AがBより、広い

ここで、ある隊員から、こんな疑問が出された。

『広いとは、ようすを表す言葉。比べられるかなあ。』

乗組員は、はたと困った。分かっているよう、なにか、すっきりしない。頭の中が、モヤモヤしている。

そこで、船長が、言った。

『ここで、ケルン号の乗組員の間で、言葉の約束をしておこう。言葉によって表されることは、とても、大事だ。』

ケルン号では、次のことを約束した。

- ①『広い』と『広さ』を区別しよう。
- ②『広さ』とは、線によって区切られた形のことである。

画用紙に線で囲まれて出来た形を平面図形と呼んでいます。
そして、この『広さ』のことを『面積』ということにします。

③乗組員の1人から、質問が出されました。

『レーダーに写った影は、6つ。全部に面積は考えられるのか。A、B、Cは、直線で囲まれていないぞ。』

意見は、大きく分かれました。

- (A) 直線で囲まれたものしか、面積は考えられない。
- (B) 曲線で囲まれたものにも、面積は考えられる。

あなたは、どちらかな？ () に記号を入れましょう。

()

【わかったこと】

線によって区別された形になっていれば、『広さ』というのであるから、全ての図形に『広さ』を考慮することができる。又、ボールのようなものにも、『広さ』を考慮することができる。

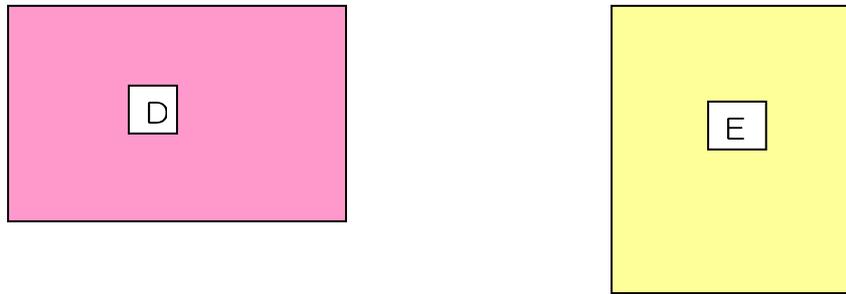
再び、船長が、次のように説明した。

面積とは、『広さ』のことである。物にはすべて面積がある。いまから勉強するのは、レーダーに写った影のようなものである。

それを、**平面図形**という。

④DとEを比べようとしたとき、レーダーの調子が悪くなって、方眼の線が消えてしまいました。

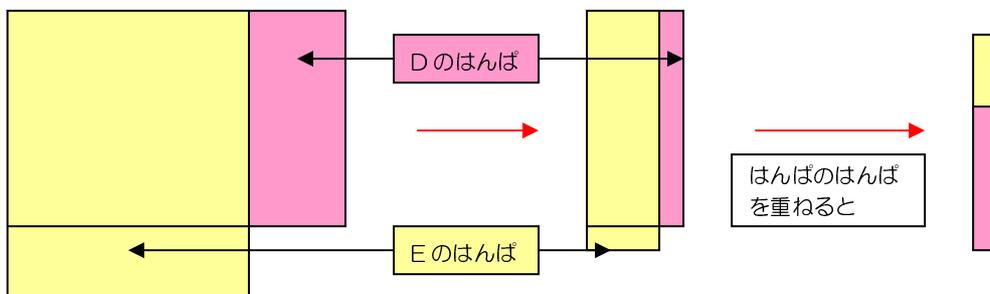
さあ、どうする!?



【予想】

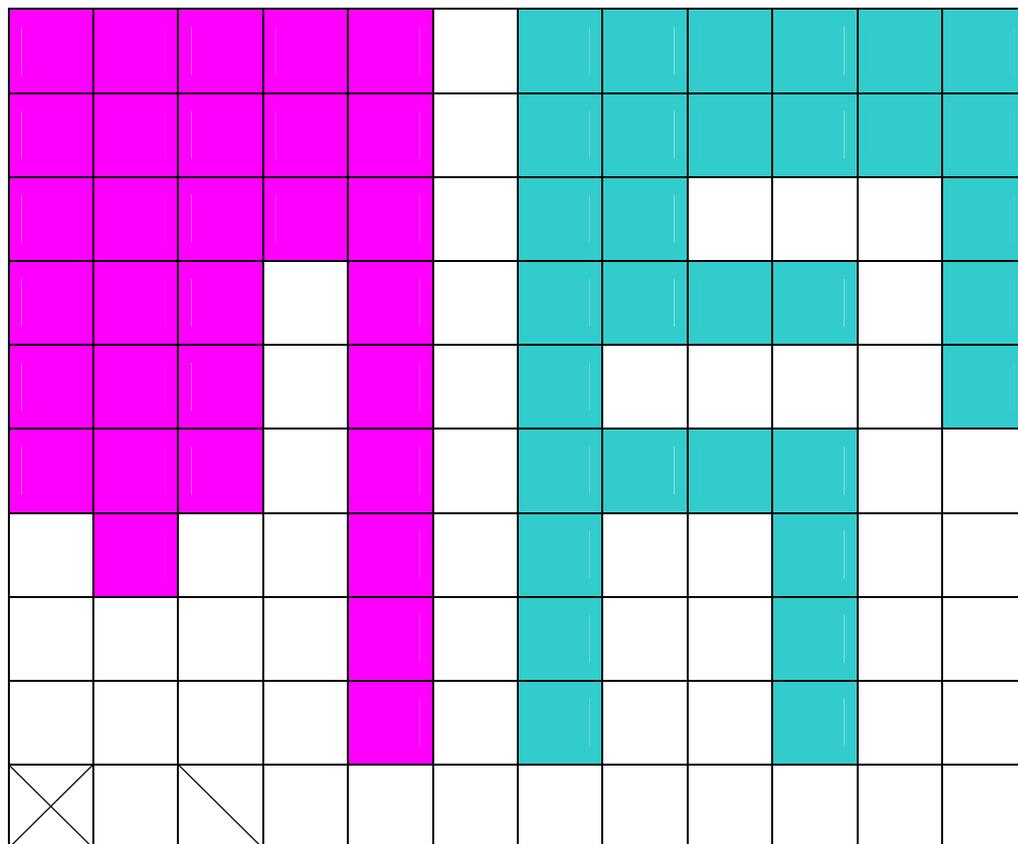
(**D** E) の方が広い。

- ①『前にしたようにDとEを重ねよう。はみ出した部分をまた、重ねよう。この二つは長方形だから、出てくるはんばも長方形だ。』
- ②このように2つのものを互いに比べていく方法を **互除法** という。3年生の時に、分数のはじめに勉強しましたね。この互除法の考え方は、これから先の探検で大事な武器になります。しっかり、学びましょう。
- ③自分で実際に切って、比べてみましょう。



結論はでた。Dが大きい。予想は、当たった。

- ④D と E の面積を比べる方法を見つけ出しホッとした時、新しいいん石が、宇宙船に接近していた。
 やっとレーダーが復活したのですが、完全になおらず、下のような図に写ってしまいました。



- ⑤船内の会議の声を聞いてみましょう。
 『今度は、どちらが広いのだろう。』
 『うーん、赤かな、青かな？』
 『どちらが、広いというよりは、どれだけ広いといいたいね。』
 『そうだね。数字で言えたらいいねえ。』

 『さあ、この前のように重ねてみよう。』
 『しかし、重ねにくい形だねえ。』
 『重ねないで、広さを表せないかなあ。』

正方形とか三角で数えられないかな？ そうだ、四角形の数さえ数えれば、広さを比べることができるぞ！！

『よし、いん石に正方形を当てはめて、数を数えよう！』

【□の数】

■の数・・・()こ

■の数・・・()こ

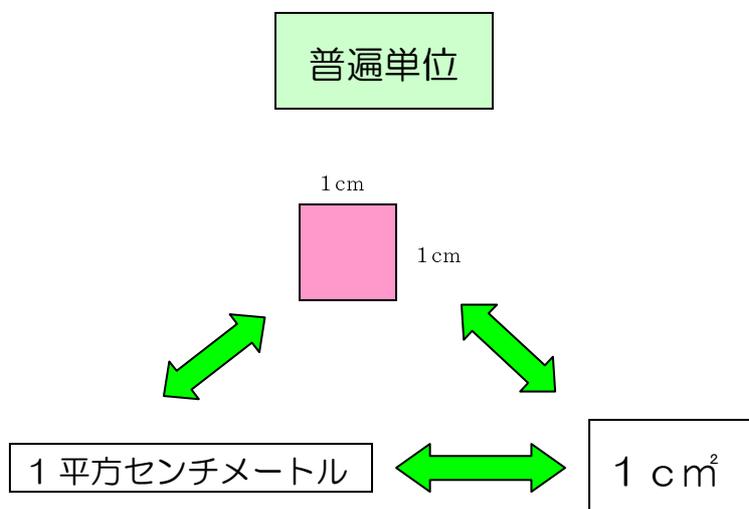
量の四段階指導では、
個別単位による量の測定である。
学級の状況に応じて、三角でも数えさせるような問題をするのも良い。

⑥基準にするものの広さで数が変わってくると、困ります。そこで、『広さ』の基準を決めることにしました。

1 辺が1 cmの正方形を『広さ』の基準としました。

この基準で測定された広さを『面積』ということにしました。

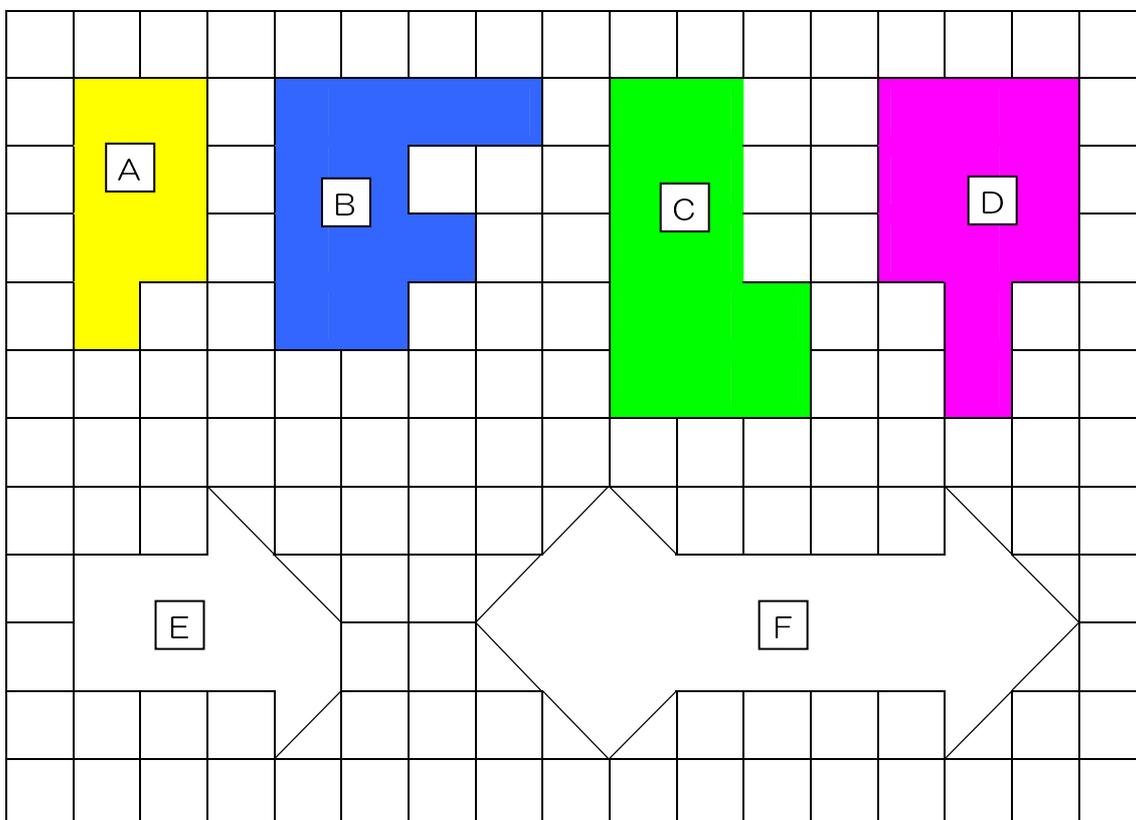
それをと約束しました。世界中どこでも共通の広さの単位としました。



⑦新しいいん石の群れが現れた時、レーダーの故障もなりました。乗組員は、いん石を約束した面積の単位を使って測定しました。そのとき、1人の隊員がいました。

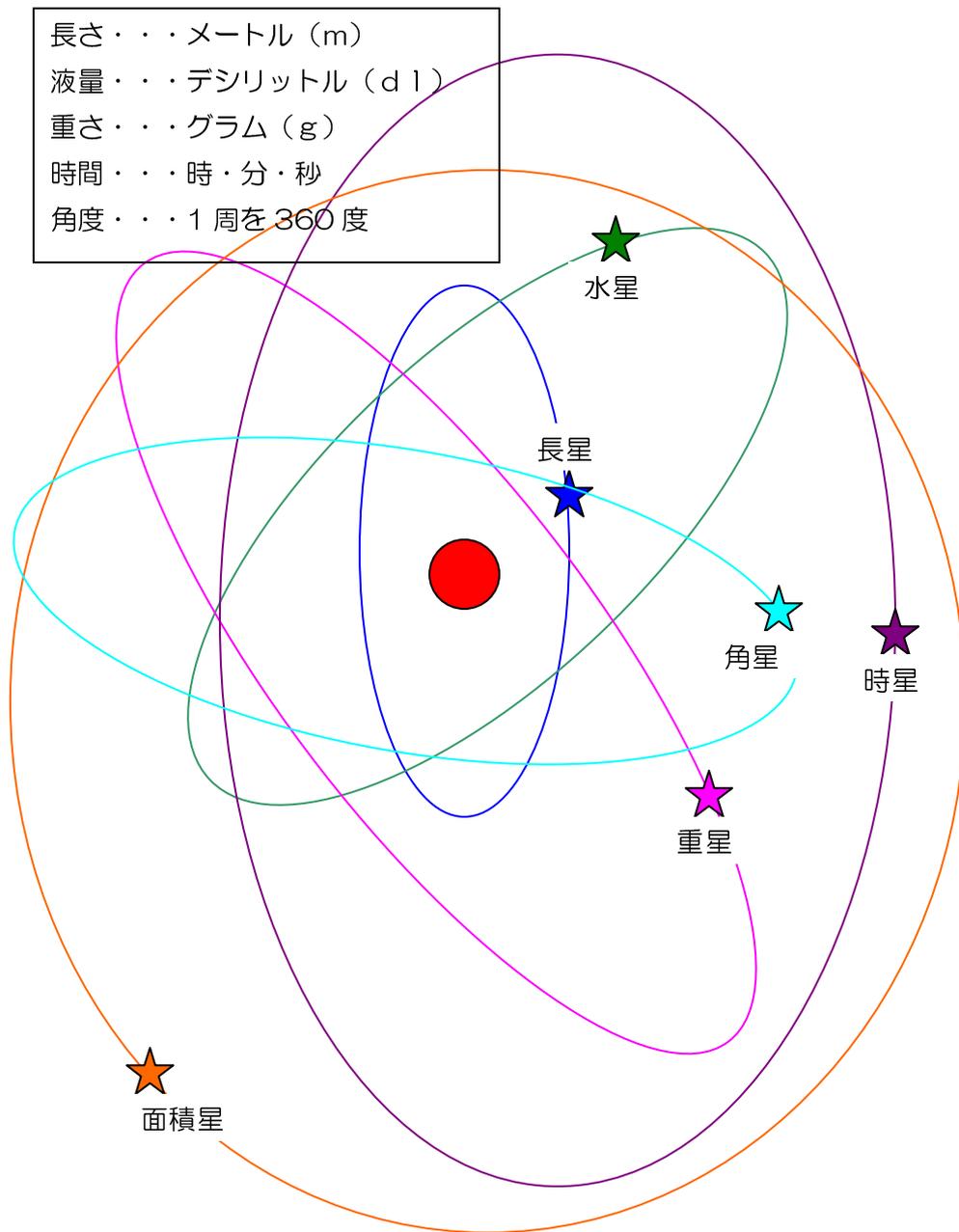
『これは、便利だ。この単位を使えば、一度に全部の面積を比べることが出来る。また、順番に並べることも簡単だ。』

⑧下記の図形の面積を求めましょう。



A		B		C	
D		E		F	

(2) 外延量系には、どんな惑星があるか。



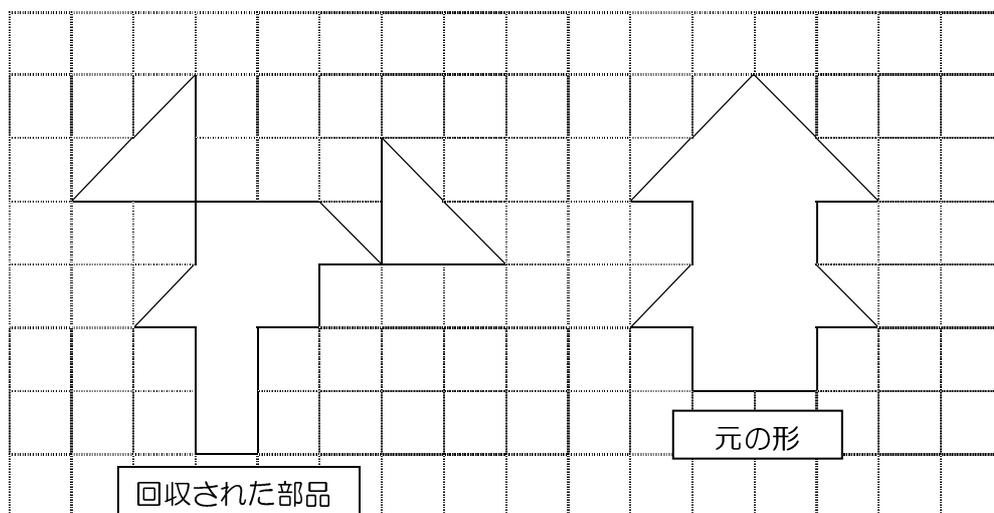
外延量系には、あと1つ惑星が存在する。
それは、・・・・・・・??? お楽しみ?!
だいたいの予想がつくかな。

(3) 謎の浮遊物体出現

第一いん石群を無事通り抜けたケルン号は、面積星に向かって順調に飛行を続けていた。

ところが、11月〇〇日、ある〇時、レーダーに正体不明の物体の影が写った。さっそく、無人ていさつ機が調査に向かった。

しかし、原因不明の爆発を起こし、バラバラになってしまったのである。いそいで部品を回収したが、元の形に戻るかどうか、調べてみなくてはならない。



部品は全部あるか、元の形に戻るか？

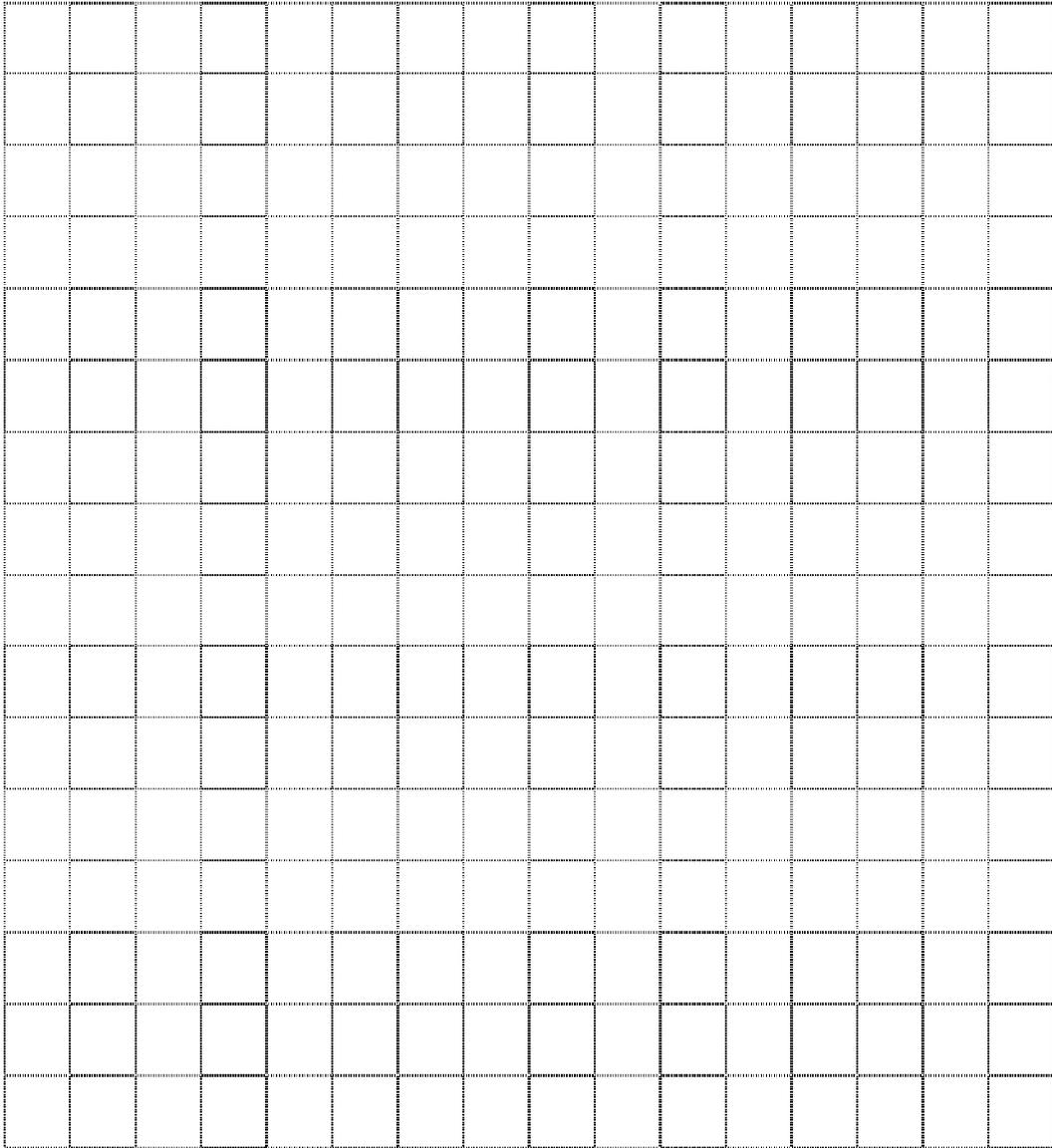
あるものの面積は、どれだけバラバラになっても、その一部をすててしまわないかぎり、面積に変化はない。



等 積 変 形

【小型宇宙船を作り宇宙散歩を楽しもう】

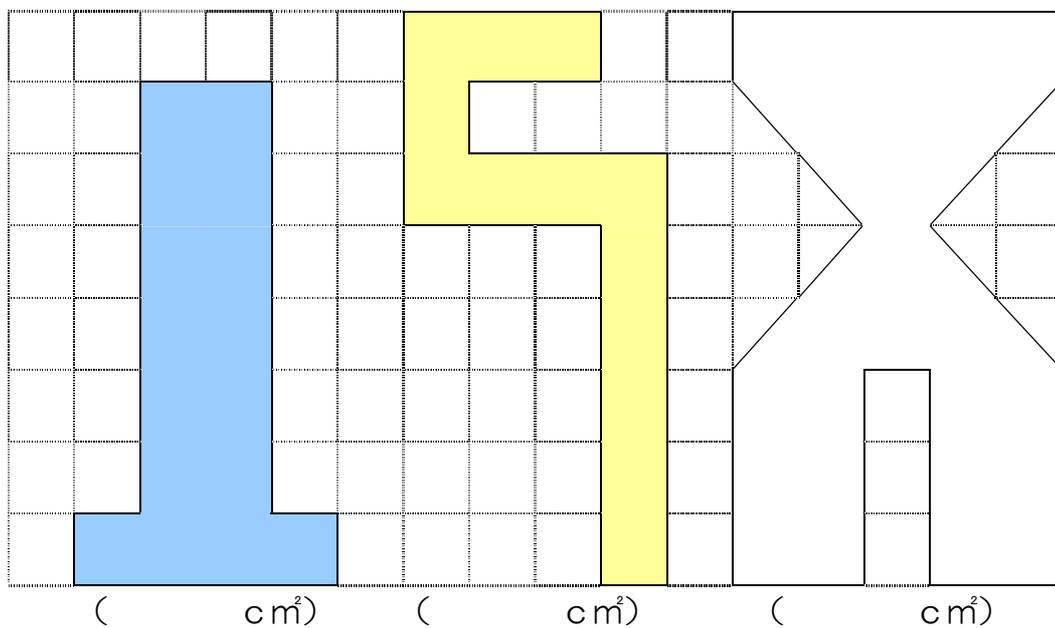
面積が、 10 cm^2 の小型宇宙艇を設計しましょう。
1辺1 cmの方眼とします。



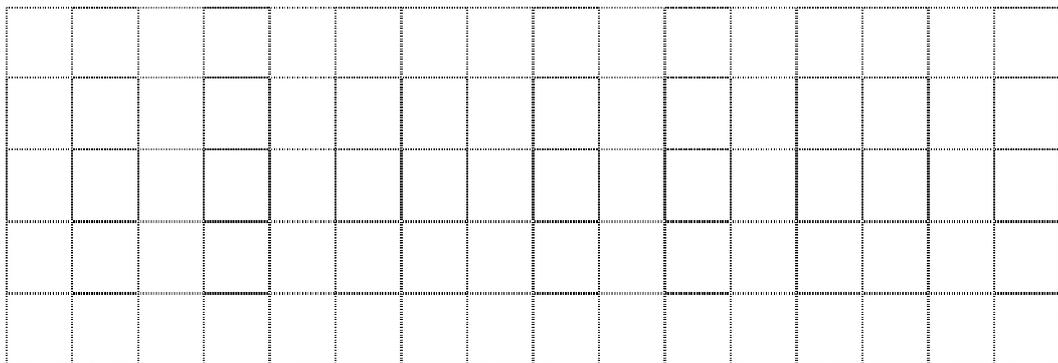
10 cm^2 ならどんな形でも良い。
自分だけの宇宙船を創ろう。
船には、名前をつけよう！

【これまでの旅をふりかえる】

- ①広さのことを面積という。つかめるものすべてに、面積はある。もちろん、曲線によって囲まれた形にもある。
- ②面積は外延量の1つである。長さや重さと同じような連続量であり、数で表すには単位がいる。
- ③面積の単位は、『 cm^2 』とかいて、『平方センチメートル』と読む。
- ④次の形の面積は、何 cm^2 ですか。



- ⑤ 5 cm^2 の形を3つ下の方眼に書きましょう。

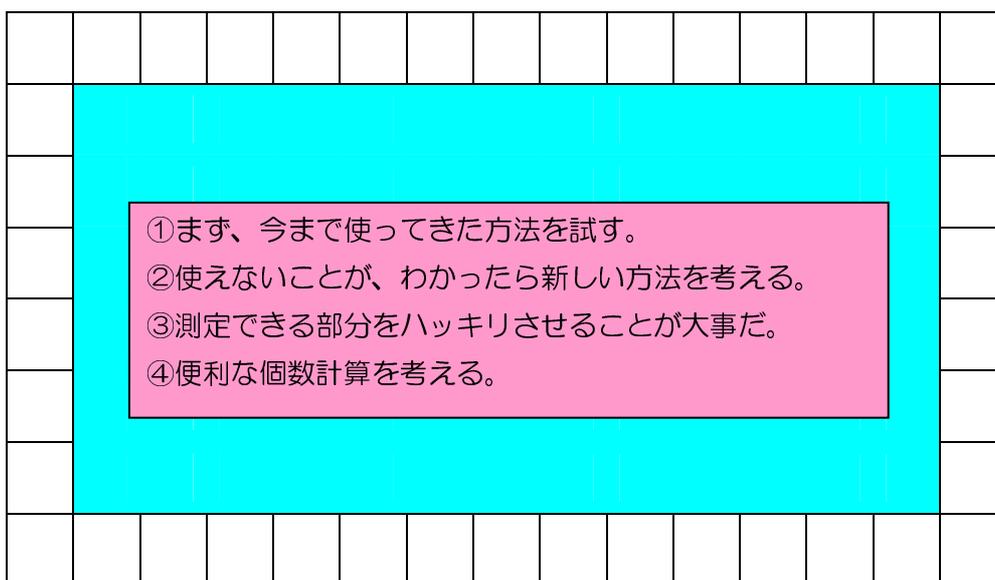


(4) 演算星雲を突破せよ！

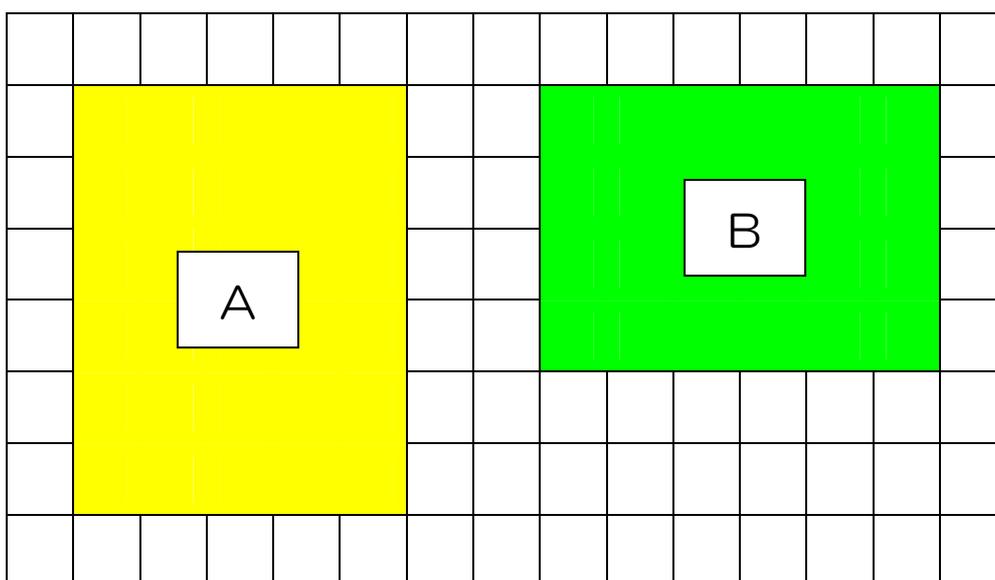
①巨大いん石、接近！

面積星への道で、もっとも危険な場所、演算星雲に近づき、ケルン号乗組員はきんちょうしていた。その時、前方に今まで見たこともないような巨大ないん石が、あらわれたのである。

ケルン号では、いそいで、面積の計算を始めた。しかし、いん石が大きすぎて、 1 cm^2 の正方形を数える今までの方法では、時間がかかりすぎる。何か「いい方法はないだろうか。



レーダーに写った影は、幸運にも長方形をしている。それならば、 1 cm^2 の正方形の数は、計算で求めることができる。



【Aの面積】

1 cm²が、縦に5列、横に6列並んでいる。
1 cm²の正方形の数は、下の式で求られる。

$$6\text{こ/れつ} \times 5\text{れつ} = 30\text{こ}$$

1こは、1 cm²であるから、全部で 30 cm² である。

【Bの面積】

1 cm²が、縦に6列、横に4列並んでいる。

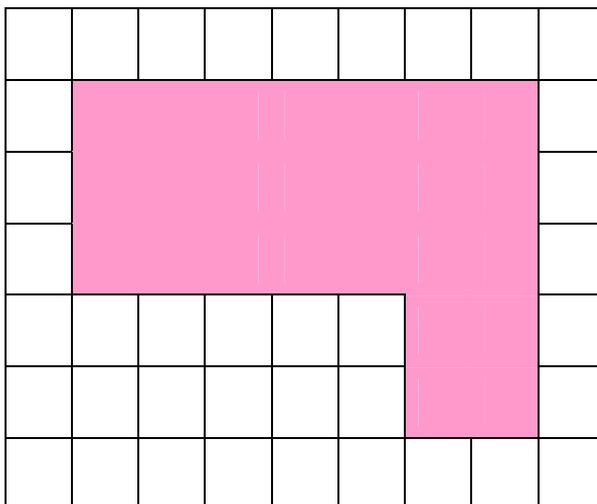
$$4\text{こ/れつ} \times 6\text{れつ} = 24\text{こ} \quad 24\text{cm}^2$$

最初にレーダーに写ったいん石の面積を求めましょう。

②不定形いん石出現

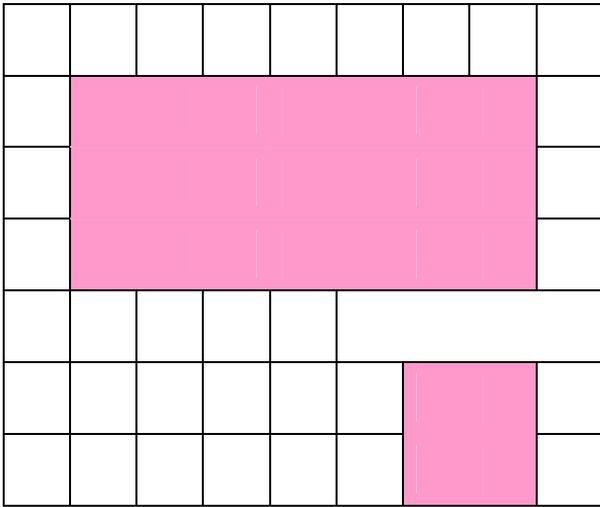
演算星雲に突入してからは、次々と不定形いん石に遭遇します。そのたびに乗組員は智恵を出し合い、討論を重ねて、危ない場面を切り抜けました。

【YUKA方式】



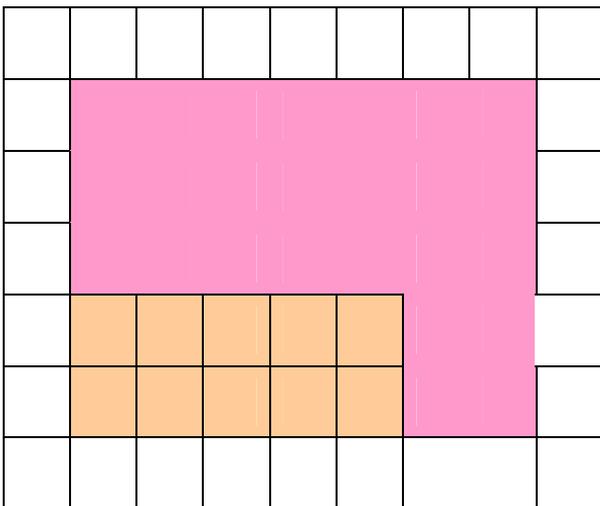
等積変形を使い、長方形を作る。

【JUN 君方式】



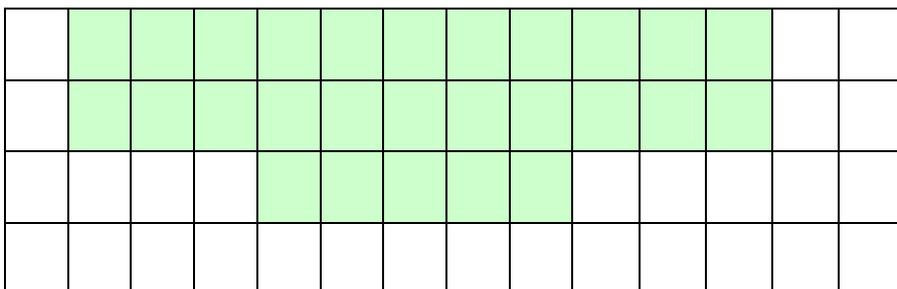
2つに分けて求める。

【YOU 君方式】



大きな長方形から引く

③次の影の面積を3つの方法で求めましょう。



【YUKAちゃん方式】

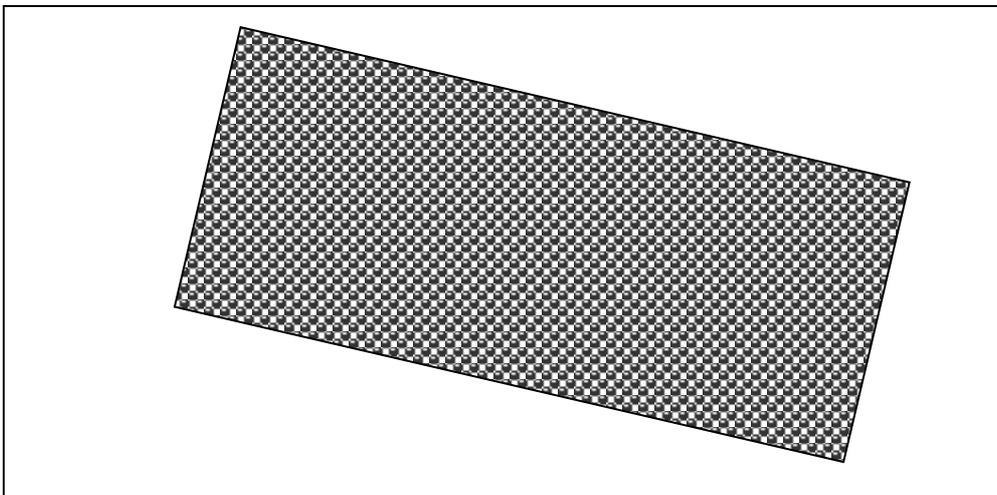
【JUN君方式】

【YOU君方式】

【他にも良い方法があるかな？】

④再び、巨大いん石出現！！

1 cm²の正方形がいくつつまっているかを計算で求められるようになったのですが、またまた、レーダー故障！



ケルン号は、パニック状態となった。さあ、どうしよう。討論が続けられたが、なかなか、良い案が出てこなかった。

その時、1人の隊員が、

『縦と横の長さを測って、かけ算すれば良い。』

と言った。みんなは、突拍子もない意見に驚いた。

あなたは、この考えをどう思うか？

まず、長方形かどうか確かめる。長方形なら1 cm²の正方形でしきつめることができる。

*角度は、4つの角度は？

*向かい合う辺の長さは？

次に、2つの変の長さを測定する。

そして、2つの長さをかけ算する。

⑤ユークリッド彗星あらわる

乗組員の間で話し合いが行われていた時、窓の外をみていた船長が、突然叫んだ。『ユークリッド彗星だ。』そして、この彗星の話をはじめたのでした。

ユークリッドは、古代ギリシャの幾何学者である。ユークリッド幾何と言われる考え方を考え出した。

ユークリッドは、次のように言った。

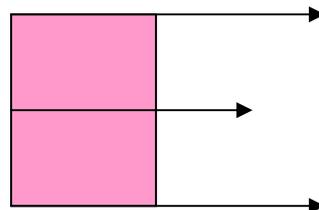
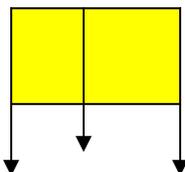
点打てば点でなし、



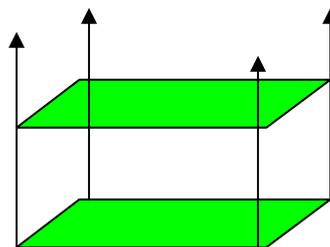
点動けば、線となり、



線動けば、面を作り、



面動けば、立体となる。



$$\text{長さ (cm)} \times \text{長さ (cm)} = \text{面積 (cm}^2\text{)}$$

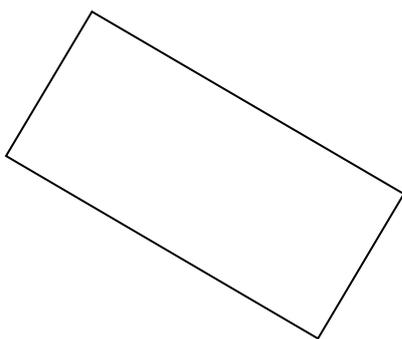
$$\text{外延量} \times \text{外延量} = \text{異種の外延量}$$

⑥面積は、2つの辺の長さが分かれば、計算できる。ここで、船長はユークリッド幾何の限界について話をした。

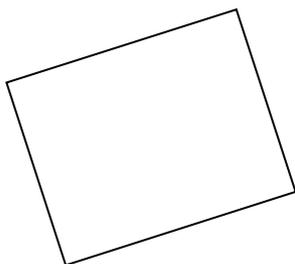
『この方法は、長方形でしか通用しない。しかし、どんな形も等積変形で長方形にしてしまえば、面積を求めることができる。』

⑦次の形の面積を求めなさい。

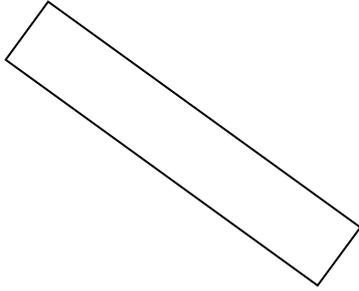
(ア)



(イ)



(ウ)



.....

.....

.....

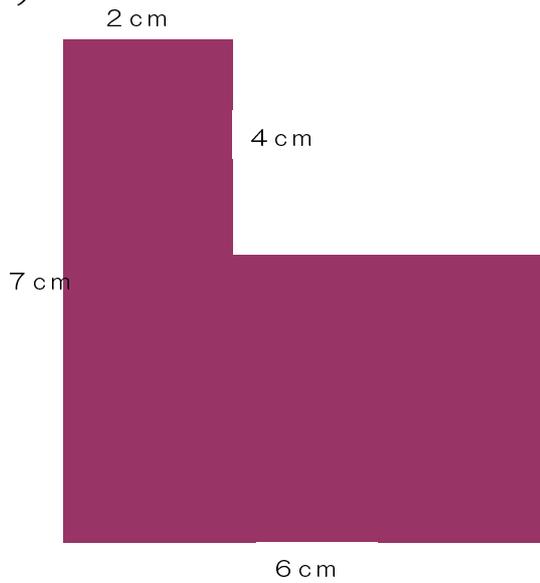
.....

(5) 不定形いん石を調査せよ

①面積星の探検は、終わりに近づいていた。多くの大事な発見をして、面積星への着陸態勢に入ったのである。

その時、巨大な不定形いん石がケルン号の前方に現れた。乗組員は、すこしもあわてず、レーダーを解析し、見事にいん石の面積を求めたのである。

(ア)



.....

.....

.....

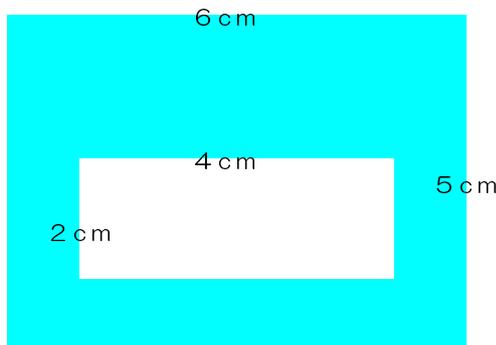
.....

.....

.....

.....

(イ)



.....

.....

.....

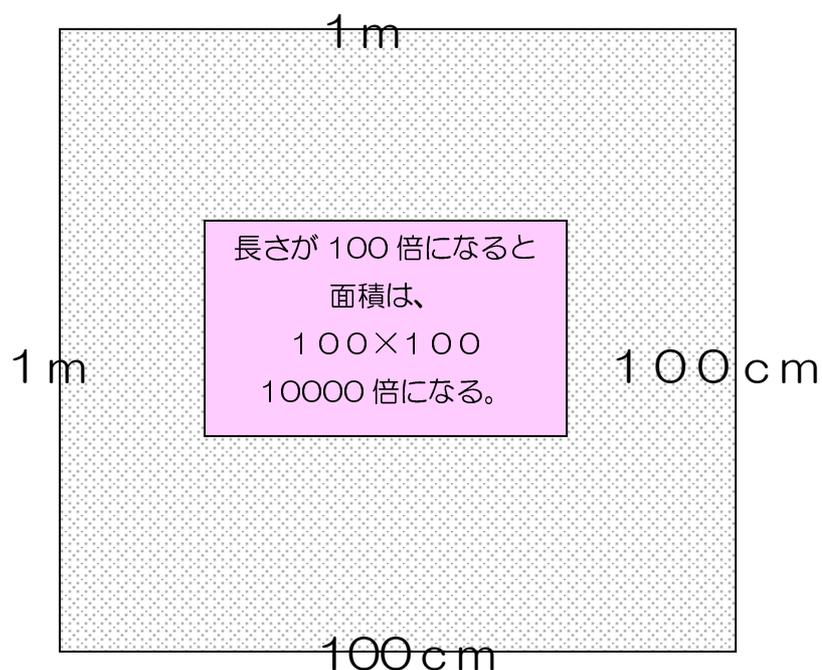
.....

.....

(6) 超巨大いん石出現

演算星雲を突破し、ケルン号は、見事面積星へ着陸したのである。面積星の基地に入り、探検の無事を喜んでいると、基地のレーダーに異変が起こった。レーダーをはみ出すほどの超巨大な物体が、ゆっくりと前方を移動していたのである。

さっそく、長さを測定すると、下のような大きさであった。



今まで使っていた『1 cm²』の単位では、数が多くなりすぎる。そこで、大きな面積の単位を作った。

$$1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^2$$

$$1\text{ m} = 100\text{ cm}$$

$$100\text{ cm} \times 100\text{ cm} = 10000\text{ cm}^2$$

$$1\text{m}^2 = 10000\text{cm}^2$$

長さと面積のちがいをしっかり考えよう！

惑星直列軍団は、
智恵と勇気を結集し、
見事、面積星を探検した。

喜びもつかのま、
新しい世界への探検は、
すぐに始まる。